

Lois d'échelle et mesure des inégalités en géographie¹

Denise Pumain
Université Paris I
Institut Universitaire de France

Résumé

L'évaluation habituelle de l'ampleur des inégalités entre des objets dépend de la loi de croissance qu'on leur suppose : si elle est additive, on mesure une différence, si elle est multiplicative, on calcule un rapport. Les mesures habituelles de taux ou de densité, ou encore les indicateurs sociaux par habitant s'appuient sur cette référence à la croissance exponentielle, ou « loi de l'effet proportionnel ». On reste cependant dans l'univers des relations linéaires. Lorsque sont mises en évidence des relations non proportionnelles, par exemple dans le cas des croissances allométriques, des configurations fractales, ou des « lois invariantes d'échelle » (*scaling laws*) dans les systèmes complexes, la mesure des inégalités doit se référer à d'autres modèles. Ceux-ci ne sont pas encore bien établis, bien qu'ils donnent lieu à de nombreuses métaphores (de l'échelle humaine aux économies d'échelle), ou à des transferts de la notion d'invariance d'échelle, qu'il s'agit d'explicitier. L'enjeu est de relier la mesure des inégalités, non seulement à des lois de croissance, mais aussi à des formes d'organisation dans les systèmes géographiques.

1 Une ontologie, des nomenclatures

Si je devais commencer par une anecdote, je raconterais cette cuisante expérience de jeune chercheur. Vers la fin des années 1970, je participais avec Thérèse Saint-Julien à un séminaire sur l'analyse des données que présidait l'éminent statisticien Jean-Paul Benzécri. Nous présentions une application, assez originale à l'époque, de l'analyse en composantes principales pour résumer l'évolution des profils d'activité des villes françaises entre 1954 et 1975, à partir de données sur la répartition de leur population active en vingt secteurs d'activité, aux quatre dates des recensements de 1954, 1962, 1968 et 1975 (Pumain, Saint-Julien, 1978). La méthode consistait à effectuer une analyse globale des quatre tableaux réunis en un seul avec les villes en ligne et les activités en colonne : une même nomenclature d'activités pour toutes les dates, donc une colonne par activité, et quatre lignes pour chaque ville, décrivant chacune à une date donnée la proportion de sa population active dans chacun des secteurs d'activité. Après analyse, on réunit les points qui représentent les projections d'une même ville aux différentes dates sur les axes factoriels. Cela permet de visualiser sa trajectoire et de la comparer à celle des autres villes, dans une structure d'activité « moyenne » pour la période considérée, intermédiaire entre la structure d'activité initiale et la structure finale. (On peut discuter la validité de cette structure de référence, qui est cependant acceptable ici compte tenu de son assez grande stabilité dans le temps).

Nous étions assez fières des résultats que nous avions établis, car ils ne se limitaient pas à une description supplémentaire, comme tant d'autres applications des analyses multivariées de l'époque, mais ils ouvraient la voie à de nouvelles perspectives d'interprétation du

¹ Ce texte a été présenté lors de la réunion du Groupe raison et rationalités, 18-23 septembre 2006, à la Fondation Les Treilles

changement dans les villes, que je devais par la suite développer dans une théorie évolutive des systèmes de villes (Pumain, 1997) : la très grande ressemblance et le parallélisme des trajectoires de toutes les villes incitait à se pencher sur les modalités de cette simultanéité des transformations socio-économiques dans le système qu'elles forment, et d'analyser plus finement les processus de diffusion et de substitution des activités. Nos résultats mettaient en évidence la persistance d'une différenciation majeure entre les villes, fondée plus d'un siècle auparavant par la révolution industrielle. L'ordre des villes créé à cette époque était maintenu en apparence mais de façon inversée dans ses corrélations avec la richesse des habitants et les représentations sociales (mesurées par l'attraction migratoire) : aux villes industrielles, ouvrières, pauvres et peu attractives dès le début des années 1960, s'opposaient les villes tertiaires du commerce et des services, les moins touchées par la révolution industrielle du XIXe siècle, donc avec peu d'ouvriers, qui avaient les revenus les plus élevés et étaient les plus grandes bénéficiaires des migrations des années 1960-80. Nous avons donc intitulé « image de marque » des villes l'axe factoriel qui représentait cette différenciation et qui aurait aussi bien pu s'appeler « traces des spécialisations de la révolution industrielle ». Cette persistance et cette inversion incitaient en effet à explorer les processus dynamiques qui maintenaient sur des durées aussi longues et en dépit de tous les accidents historiques de telles différenciations dans les systèmes de villes.

Certes, notre argumentaire n'était pas aussi solide à l'époque, mais nous fûmes quand même très déçues, vexées presque, de voir le maître Benzécri balayer d'un revers de main nos analyses, et, prenant un sociologue complaisant à témoin, dénier tout intérêt à nos résultats, sous le prétexte que nos catégories d'activité économique ne pouvaient en aucun cas être considérées comme équivalentes pour décrire les villes aux différentes dates, tellement leur contenu s'était modifié avec le temps au cours de ces vingt dernières années. Exit donc, toutes les tentatives d'analyse du changement avec les nomenclatures INSEE !

C'est un très dur constat pour l'ensemble des sciences sociales que de se confronter sans cesse à cette impermanence de leurs objets comme de leurs catégories d'analyse. Jean-Claude Passeron (1991) a bien posé les éléments de ce drame des « sciences historiques » qui se joue d'elles tout autant qu'elles en jouent. Faut-il pour autant se résigner à faire de la science en glosant sur l'écume des jours, en paraphrasant les effets du temps qui passe, selon les chantes de cette « géographie de la mise à jour », qui considèrent la géographie tout au plus comme la dernière tranche de l'histoire, et dont je dénonçais l'impuissance théoricienne (Pumain, 1998)? Une théorie n'est possible qu'en acceptant de stabiliser artificiellement des catégories, voire en identifiant des catégories qui gardent la même signification pour des contenus changeants, même si les objets de cette ontologie sont par définition eux-mêmes instables. Certes, il faut ensuite bien contrôler les possibles conséquences de ce postulat, en vérifiant qu'ils n'entraînent pas avec eux l'ensemble des résultats de la recherche, lesquels ne seraient alors que simples artefacts.

Avec la géographie, nous faisons face à une difficulté supplémentaire. Les entités élémentaires dont elle s'occupe sont non seulement des personnes, des individus, ou de petits groupes, mais plus souvent de grands agrégats, des régions, des villes des Etats... Comment faire pour analyser le changement, à des échelles d'observation où il est exclu de produire des données à partir de sa propre enquête ? On est bien obligé d'employer les statistiques de la puissance publique, en admettant certes que sous la permanence des nomenclatures (en fait elles sont périodiquement révisées, au grand dam de l'analyste !) se produisent des évolutions des contenus, mais que si la puissance publique les produit et les utilise, c'est que les différents acteurs saisis de ce dossier leur reconnaissent une certaine pertinence (Desrosières,

1993). D'autre part, même si le contenu concret des catégories change, ce qu'elles permettent de comparer dans le temps, ce sont moins les descriptions des objets dans l'absolu que leurs positions relatives dans l'étendue des signifiés couverte par un attribut donné.

Je ne m'étendrai pas longuement sur la définition des villes elles-mêmes, qui garde une grande permanence ontologique pour un contenu si variable au cours du temps, car j'ai eu l'occasion d'évoquer ce problème à maintes reprises devant ce groupe *Raison et rationalités*. J'admettrai dans la suite de l'exposé qu'une entité urbaine ayant une cohérence géographique peut être définie, successivement à partir des concepts d'agglomération (bâti continu) et d'aire urbaine (ou *functional urban area*) employés par certains services statistiques et les chercheurs. Ces entités ont donc des limites géographiques variables dans le temps. La notion de systèmes de villes est plus facile à définir (il s'agit d'un ensemble de villes rendues interdépendantes dans leurs évolutions par leurs multiples connections), mais plus compliquée à délimiter : le plus souvent l'interdépendance résulte de diverses régulations, par exemple dans le cadre des frontières d'un territoire national, mais depuis très longtemps pour les plus grandes villes, ou pour des villes spécialisées dans les échanges à longue distance, et désormais pour la plupart de celles qui sont engagées dans les réseaux de la mondialisation, il est plus difficile de cerner précisément le système de relations englobant qui est pertinent pour comprendre leur dynamique. Pour simplifier, je continuerai à raisonner ici dans le cadre de systèmes nationaux ou continentaux. Je rappellerai enfin l'importance, dans la définition d'un objet « ville », des considérations relatives aux ordres de grandeur, à la notion d'échelle. Le même mot désigne en effet des entités dont les dimensions varient sur plusieurs ordres de grandeur, de quelques milliers à quelques dizaines de millions d'habitants. Si on reconnaît une ontologie commune à ces entités, c'est bien à cause de l'enchaînement historique (*path dependence*) qui les caractérise, toute grande ville ayant d'abord procédé d'une petite, et conservant au cours du temps et malgré les éventuelles vicissitudes économiques ou politiques, des caractères urbains, collectifs, identitaires et distinctifs (Pumain, 2004).

2 De la différence arithmétique au rapport : croissance exponentielle et mesure des inégalités

Les inégalités de taille que l'on peut mesurer sur ces villes dépendent évidemment de la définition que l'on a choisie pour les délimiter. On sait que Paris dans sa commune ne pèse que 2 millions d'habitants, mais plus de 9 millions pour l'agglomération et plus de 11 pour l'aire urbaine. D'où l'importance de procéder, avant toute comparaison des villes, à un travail d'harmonisation des définitions qui n'est pas toujours immédiatement disponible, même à l'intérieur d'un Etat donné, et encore moins entre les Etats du monde. On perçoit moins les inégalités de poids économique, qui bien que souvent ignorées des statistiques sont encore plus considérables que les inégalités démographiques.

Quelle qu'en soit la mesure, toutes les méthodes qui permettent de comparer les poids de ces villes s'appuient sur un modèle de référence qui n'attribue pas la même valeur aux différences mais aux rapports entre ces quantités. Bien que la différence de population soit la même, on considère qu'il y a plus d'inégalité de taille entre une ville de 10 000 et une ville de 20 000 habitants qu'entre une ville de 100 000 et une ville de 110 000 habitants. C'est que la *comparaison, transversale* dans le temps, s'appuie sur un modèle *longitudinal*, qui décrit la *croissance* d'une ville au cours du temps. Ce modèle de référence n'est pas linéaire, il est exponentiel. La dynamique des villes est ainsi mesurée classiquement par des *taux de croissance*, qui sont des variations relatives : on admet qu'une ville passant de 10 à 20 000 habitants au cours d'une période donnée accomplit la même performance qu'une ville qui

passé de 100 à 200 000 habitants au cours de la même période. Ce modèle a été formalisé dès 1931 par le statisticien Gibrat qui a démontré que cette croissance exponentielle (la « loi de l'effet proportionnel ») expliquait statistiquement la forme de la distribution des tailles de villes (une distribution lognormale, proche dans sa forme de la « loi rang-taille » utilisée depuis G. Zipf à partir des années 1941 pour la description des hiérarchies urbaines).

Le modèle exponentiel (ou de croissance proportionnelle à la taille) est utilisé très couramment dans la production de très nombreux indicateurs sociaux. On compare ainsi les comportements démographiques des populations à partir de taux (taux de natalité, de mortalité, de fertilité, de migration) et on mesure les inégalités entre les pays à partir de statistiques par habitant, qu'il s'agisse de revenu, d'automobiles ou de niveau d'instruction. L'universalité du modèle exponentiel dans la croissance de tous ces phénomènes est ainsi admise, bien qu'elle soit plus rarement testée. En outre, le raisonnement qui conduit à utiliser ces taux, pour mener les comparaisons entre des objets de taille différente, reste le plus souvent implicite. Or l'utilisation d'un modèle de croissance, ou d'évolution, ou longitudinal, pour des comparaisons transversales, suppose que les variations d'échelle s'effectuent de manière linéaire : si on double la taille d'un système, la taille de l'une de ses parties va également doubler. C'est ainsi que l'on peut interpréter le modèle de Gibrat : chacune des villes, qui constitue un élément du système des villes, voit au cours du temps varier sa taille proportionnellement à celle du système.

Pourtant, des physiciens et des biologistes nous alertent quant à la non- linéarité de certaines lois d'invariance d'échelle. Il se produit parfois des variations systématiques du rapport entre la taille d'un élément et celle d'autres éléments ou de l'ensemble du système, telles que ces *quantités n'évoluent plus dans un simple rapport de proportionnalité, mais selon des lois de puissance*. C'est ainsi que depuis d'Arcy Thompson, la notion de croissance allométrique est bien connue en biologie, et les objets fractals ont fait irruption avec pertinence dans maintes disciplines. Présentons ces modèles connus sous l'appellation de « *scaling laws* » ou lois d'invariance d'échelle, qui décrivent la forme que prend la relation statistique entre deux variables mesurées sur des objets à des échelles différentes (West, 1988).

3 Lois d'échelle et économies d'échelle : la fractalité des réseaux

Notre présentation s'inspire ici des remarques formulées par le physicien Geoffrey West (2006) à propos des lois d'invariance d'échelle. Il rappelle que ces lois sont formulées pour certains domaines de validité ou de pertinence, selon des « échelles naturelles », telles que par exemple en physique on peut se passer de la constante de Planck ou de la vitesse de la lumière pour écrire les équations décrivant des phénomènes observables à l'échelle humaine. Mais, même à ce niveau, la comparaison entre des objets d'ordre de grandeur différents implique de bien connaître comment varient leurs proportions. Il prend l'exemple des fourmis, dont on admet qu'elles soulèvent jusqu'à cent fois leur propre poids, alors que les hommes portent des charges tout au plus égales à leur propre poids. Les fourmis seraient-elles plus fortes que les hommes ? Une telle affirmation tendrait à signifier que, si une fourmi pouvait atteindre la taille (le poids) d'un homme, elle serait cent fois plus forte, autrement dit, que la force est proportionnelle au poids (nous admettons ici une définition de la « force » au sens commun du terme qui est la capacité à soulever ou maintenir en l'air une charge sans rupture). Or, le changement d'échelle, de la fourmi à l'homme, ne se fait pas selon une fonction linéaire du poids. G. West rappelle la démonstration qu'avait faite Galilée à propos de la force des poutres qui soutiennent les bâtiments : celle-ci varie proportionnellement à la superficie de leur section, donc comme le carré d'une longueur, tandis que le poids de la structure varie

comme cette longueur élevée au cube. La force ne varie donc pas linéairement avec le poids, mais selon une fonction puissance d'exposant $2/3$, autrement dit elle croît bien « moins vite » que le poids, selon une référence du langage commun à la proportionnalité qui correspondrait à un exposant égal à 1.

Comparer les poids soulevés par l'homme et la fourmi en termes de force revient donc à ramener le premier à l'échelle de la seconde, en termes d'inégalités de poids, selon un modèle qui n'est pas celui de la proportionnalité mais en fonction d'une loi d'échelle de la forme fonction puissance d'exposant $2/3$. En effet, si on calculait la force d'après une relation linéaire avec le poids, un homme de 70 kg devrait pouvoir soulever $7 \cdot 10^5$ fois ce qu'une fourmi de 0,1 g soulève, soit $7 \cdot 10^5$ fois $10 \text{ g} = 7000\text{kg}$! Mais si on calcule la force selon une relation linéaire avec la surface de la section des corps (par exemple, environ 3mm^2 pour un corps de fourmi et 30 cm^2 pour un corps humain) la charge qu'un homme devrait pouvoir soulever, d'après celle de 10 g pour la fourmi, est d'un tout autre ordre de grandeur, aux environs de 100kg (on obtient ce même ordre de grandeur en estimant le rapport des forces d'après celui des poids muni d'un exposant $2/3$). On modifie donc complètement l'évaluation de la force selon la forme statistique de la relation avec la variable qui sert de référence pour la comparaison (ici, le poids). C'est seulement lorsque on utilise une forme de relation correcte (c'est-à-dire conforme aux observations résumées par le modèle statistique) que l'on obtient une évaluation qui ne va pas contre l'intuition : la force humaine est alors à peu près équivalente à celle de la fourmi, il n'y a en effet pas de raison pour que la résistance de la matière vivante diffère de plusieurs ordres de grandeur entre des organismes de poids différents ! Un chercheur cité par G. West (2006) a d'ailleurs montré que la relation entre les charges soulevées et le poids des athlètes, établie empiriquement par les sportifs pour évaluer les performances des haltérophiles, est une fonction puissance d'exposant $2/3$.

En économie, on connaît bien ce problème de variation non proportionnelle de certaines quantités en fonction d'une autre, et l'on appelle *élasticité* l'exposant qui mesure le rapport entre deux variations relatives, par exemple celle du budget total des ménages et celle d'un poste de dépenses : lorsque l'élasticité est inférieure à 1, la part du poste de dépenses considéré (par exemple, l'alimentation) décroît lorsque le revenu des ménages augmente, tandis que lorsqu'elle est supérieure à 1 (par exemple pour l'habillement ou l'automobile) le poste de dépenses considéré prend une part croissante en fonction du revenu. Si l'élasticité est égale à 1, la relation entre le revenu total et la dépense partielle est linéaire et l'une varie proportionnellement à l'autre. Lorsque l'exposant ou élasticité est différent de 1, la relation entre les deux grandeurs n'est pas linéaire (la dépense consacrée à un poste particulier augmente plus ou moins vite que le revenu total) mais c'est entre les variations des deux variables que l'on a une relation de proportionnalité. En effet, lorsque que le changement d'une variable y dy/y est proportionnel à celui d'une autre variable x dx/x :

$$e = \text{élasticité de } y \text{ par rapport à } x = (dy/y) / (dx/x)$$

et que cette proportion e est une constante, dans la plupart des cas on peut écrire la relation entre les deux variables comme une fonction puissance dont l'exposant est cette élasticité :

$$y = k x^e$$

En biologie, selon G. West, de nombreux rapports ont été établis entre certaines quantités et la taille des êtres vivants, en général mesurée par leur masse corporelle. Curieusement, les rapports avec la taille ne sont pas caractérisés par des rapports du type surface/poids, donc de

dimension $2/3$, mais par des multiples de $1/4$, comme dans le cas du taux de métabolisme, de la densité de mitochondries, ou encore l'espérance de vie. Par exemple, une loi invariante d'échelle d'exposant $3/4$ exprime la relation entre le taux de métabolisme observé et la masse corporelle des êtres vivants correspondants, pour 27 ordres de grandeur, depuis les molécules jusqu'aux plus grands mammifères (West, Brown, 2004). L'intérêt d'établir une telle relation est dans la recherche de son explication. En effet, si le taux de métabolisme, donc la dépense énergétique, augmente moins vite que la masse, et permet ainsi à des animaux de grande taille de se maintenir sans que leur consommation augmente en simple proportion, c'est que des « économies d'échelle » sont réalisées par l'organisation de ces êtres vivants. Le métabolisme d'une personne humaine consomme ainsi une énergie équivalente à celle d'une ampoule électrique, de l'ordre de 100 watts, alors que nos cellules désassemblées auraient ensemble besoin de quelque 10 000 watts pour se maintenir. G. West et ses collègues biologistes ont démontré que ces économies d'échelle étaient réalisées au moyen des divers réseaux (vasculaires, respiratoires...) qui assurent la distribution de l'énergie aux différentes parties du corps, grâce à leur structure fractale, avec une dimension de l'ordre de $3/4$. Ainsi, pour G. West, les lois d'échelle sont des « révélateurs de l'existence de contraintes qui pèsent sur l'organisation et l'évolution des systèmes » (West, 2006).

4 Lois d'échelle et niveaux hiérarchiques : la complexité urbaine, du quantitatif au qualitatif ?

Dans le cas des systèmes physiques ou biologiques, les contraintes sont relativement faciles à identifier, car elles relèvent en définitive de la chimie ou de la physique. Mais comment expliquer l'émergence de lois d'invariance d'échelle dans le domaine social ? La loi de Pareto ou le modèle de Zipf ont en effet des expressions diverses, en économie, en linguistique, ou en géographie. Les formes des lois d'échelle sont-elles identiques à celles observées en biologie, sont-elles susceptibles de recevoir le même type d'explication ? Quelles conséquences peut-on en tirer pour l'évaluation des inégalités ? De cette interrogation sont nées des investigations menées dans le cadre du programme européen ISCOM.

Nous avons exploré la forme statistique des relations entre différentes variables mesurées sur les villes et la taille des villes, évaluée d'après leur population. Des expériences ont été conduites sur les villes de France, d'Europe, d'Afrique du sud et des Etats-Unis (Pumain et al., 20006). Le résultat le plus important de ces recherches est que, *contrairement à la biologie où les lois invariantes d'échelle relatives aux dépenses d'énergie ou au métabolisme ont toujours des exposants inférieurs à 1, on trouve dans les systèmes de villes des variables d'activité, de production ou de consommation qui ont des exposants égaux ou supérieurs à 1*. En fait, trois types de lois d'échelle sont identifiées dans les villes. Certaines quantités sont en effet réparties dans les villes proportionnellement à la population (exposant égal à 1), d'autres au contraire ont des exposants inférieurs à 1, et d'autres des exposants plus grands que 1. Cette dernière forme de relation, dite supra -linéaire, est une nouveauté pour les physiciens et les biologistes. En fonction des variables qui ont été analysées, deux interprétations ont été proposées.

La première interprétation, qui a plutôt la faveur des physiciens, est fonctionnelle et universaliste. Les activités dont l'exposant est inférieur à 1 sont celles pour lesquelles les grandes villes réalisent des économies d'échelle, elles témoignent de l'efficacité de l'organisation sociale, qui permet de maintenir des villes de plus grande taille avec un coût moindre par habitant. En effet, ce sont en général les infrastructures (longueur des réseaux, nombre de stations-service...) qui ont ce type de comportement scalant. D'autres activités

sont à peu près proportionnelles au nombre d'habitants, il s'agit des services banaux qui satisfont des besoins individuels. En revanche, des mesures du revenu des villes, ou de leur capacité d'innovation (comme le nombre de chercheurs, les emplois de la recherche-développement, ou le nombre des brevets déposés), suivent des lois d'échelle avec des exposants supérieurs à 1, conformément à ce que les économistes appellent des « économies d'agglomération » ou des « rendements croissants » avec la taille (Feldman et al., 1994, Bettencourt et al., 2004). Remarquons que non seulement ces produits de l'activité urbaine, mais aussi des « effets sociaux induits » comme les coûts (fonciers, immobiliers, le coût de la vie), le niveau des salaires, ou encore le taux de criminalité dans les villes américaines...ont des lois d'échelle d'exposant plus grand que 1. Ainsi, la dépense d'énergie, sous toutes ses formes, tendrait à augmenter plus que proportionnellement avec la taille des villes. Cette observation explique sans doute la difficulté d'établir des bilans et les controverses récurrentes quant à l'existence ou non d'une taille optimale des villes (Bairoch, 1988).

Nous avons proposé une seconde interprétation, qui historicise l'explication de ces trois types de lois d'échelle, en les reliant aux cycles d'innovation économique urbains et au processus de diffusion hiérarchique de ces innovations. En effet, les secteurs d'activité dont les exposants sont supérieurs à 1 sont toujours ceux qui sont les plus innovants lors d'une période donnée, ils sont captés d'abord par les plus grandes villes, avant de se diffuser dans le reste du système ; les activités alors banalisées, correspondant à un deuxième stade dans l'histoire des produits ou des pratiques, se répartissent proportionnellement à la population des villes, ce sont pour ces secteurs que les exposants sont proches de la valeur 1. Quant aux activités dont les exposants sont inférieurs à 1 (ce qui représente une concentration relative dans les plus petites villes), ce sont celles qui concernent des secteurs en fin de cycle. Cette interprétation, qui tient compte de l'évolution historique des villes, s'appuie sur la théorie de la diffusion hiérarchique des innovations, qui met en avant la plus forte capacité des grandes villes à en capter les bénéfices, qui sont plus importants dans les premiers stades, mais avec des coûts supérieurs, si bien qu'un processus de diffusion s'opère vers des villes de moins grande taille, où les coûts sont plus modestes, lorsque le produit ou le service se banalise. Lorsque l'activité devient obsolète, elle n'est plus assurée que par des petites villes spécialisées. Cette théorie est confirmée par l'observation de l'évolution des exposants. Au cours des cinquante dernières années, on voit les valeurs des exposants diminuer, tout en restant supérieurs à 1, pour les industries du cycle de l'automobile et de l'électricité par exemple, alors qu'elles augmentent encore pour les activités de recherche et développement ainsi que pour les technologies de l'information et de la communication. Notre interprétation est aussi renforcée par l'observation des lois de répartition des catégories sociales, qui dans la nomenclature française sont à peu près classées selon le statut, le niveau d'instruction et la qualification des personnes. L'ordre des exposants reflète bien la hiérarchie sociale : les catégories qui ont des lois d'échelle supra linéaires sont celles du haut de la hiérarchie, tandis que des catégories moyennes comme les instituteurs ou les personnels de santé se répartissent proportionnellement à la population, et les ouvriers, avec ou sans qualification, ont au contraire des répartitions qui varient sub- linéairement avec la taille des villes (Pumain et al., 2006).

5 Lois d'échelle, croissance des villes et niveaux hiérarchiques : la complexité urbaine, du quantitatif au qualitatif ?

Une contribution importante des physiciens à l'interprétation est de relier par un modèle mathématique la valeur des exposants des lois d'échelle à des processus de croissance. En effet, un exposant inférieur à 1 révèle des contraintes sur le développement, qui se traduisent par une limite à la croissance, laquelle prend la forme d'une fonction logistique : au-delà

d'une certaine taille, la part des ressources que le système consacre à son entretien ne lui permet plus de croître encore. L'évolution a sélectionné des systèmes biologiques dont l'organisation suit un principe d'efficacité, dans les propriétés génériques des réseaux qui distribuent l'énergie et répartissent les ressources : ces réseaux organisés hiérarchiquement selon une structure fractale occupent l'espace de façon optimale, en minimisant l'énergie nécessaire pour atteindre tous les constituants élémentaires d'un organisme et en dissipant le moins possible d'énergie. L'analogie est immédiate en milieu urbain avec le cas des infrastructures, qui ont aussi des lois d'échelle d'exposant inférieur à 1, et dont le dessin s'est auto-organisé hiérarchiquement selon une géométrie fractale, ce qui à la fois constitue une optimisation destinée à permettre la croissance des villes, mais aussi tend à limiter la taille qu'elles peuvent atteindre, si les ressources dont elles disposent étaient fixes.

Dans le cas des lois d'échelle dont les exposants sont égaux à 1, une croissance exponentielle, sans limite, est possible. Lorsque l'exposant est plus grand que 1, alors la contrainte au contraire incite à un développement d'autant plus grand que le système est déjà grand : ce sont les fameux rendements croissants qu'évoquent les économistes pour rendre compte des économies d'agglomération ! Les physiciens déduisent dans ce cas une « singularité en temps fini » de la courbe de croissance des villes, explosion quantitative qui se traduirait ensuite par une décroissance brutale, en l'absence d'une innovation apportant des ressources nouvelles et modifiant l'énergie du système (Kuhnert et al., 2006). Ce résultat prédit par le modèle mathématique n'a cependant jamais été observé dans la réalité ! Le calcul reste une « expérience de pensée », incitant à entreprendre de nouvelles enquêtes quant à la croissance des villes.

D'après les observations, on sait que sur le très long terme, la croissance des villes a été et est encore plutôt de type exponentiel, avec cependant, dans certaines périodes, au début des grands cycles d'innovation surtout, une légère tendance à une croissance plus forte des grandes villes. Les décalages et les asymétries créées par le processus de diffusion hiérarchique des innovations suffisent-ils à expliquer cet avantage des grandes villes ? En particulier, les effets différentiels de la contraction de l'espace-temps, c'est-à-dire la transformation historique de l'espace social d'interaction entre les villes, sont responsables pour une bonne part du renforcement des inégalités entre les tailles des villes au cours du temps (Bretagnolle, 2004). Il reste cependant à trouver quelle est la loi de composition entre les activités urbaines, qui fait que toutes les villes, grandes ou petites, finissent par croître à peu près au même rythme. Ce que les lois d'échelle nous apprennent en tout cas, c'est que la notion de *développement urbain durable*, comme tension entre les limites liées aux contraintes matérielles et la création de nouvelles ressources par les innovations sociales, est bien l'expression pléonasmique de la croissance historique des villes.

Enfin, la physique ou la biologie admettent qu'on puisse établir des liens forts entre des observations transversales, faites à un moment donné sur un ensemble d'éléments ou des individus de taille différente, et des lois longitudinales relatives au développement, à la croissance, voire à l'évolution, de ces éléments. Il reste à vérifier dans quelle mesure cette hypothèse est valide, jusqu'à quel point les inégalités observées entre les villes à un moment donné (comparaison transversale) sont de même nature que les différents états qu'elles ont traversés au cours leurs trajectoires historiques (observation longitudinale). Cela ne va pas de soi, et en tout cas soulève de très délicats problèmes de comparaison dans le temps pour tout un ensemble d'indicateurs, afin d'établir les équivalences nécessaires à ce type de raisonnement abstrait. Nous retrouvons ici le problème évoqué de façon anecdotique au début de cet exposé.

Conclusion

Les investigations relatives aux lois d'échelle ont fait apparaître clairement les limites des analogies possibles dans l'évaluation des inégalités et des formes de croissance en biologie et dans les sciences humaines. Quelles conséquences peut-on tirer de ces lois de croissance plus que proportionnelle (hyperexponentielle) pour l'évaluation des inégalités entre les villes ? Peut-être d'abord une plus grande tolérance à l'égard des « démesures » urbaines, si souvent dénoncées comme autant de développements monstrueux ! Autant il peut paraître légitime, d'un point de vue démocratique ou d'équité, de revendiquer l'égalité des conditions de vie, de la qualité de la vie urbaine, tels qu'on les mesure « *per capita* », en rendant les équipements de base proportionnels à la population et en s'efforçant de réduire les inégalités, tout en minimisant les coûts de maintenance, matériels, sociaux et écologiques, autant il importe de réfléchir quant à la signification des écarts qualitatifs qui s'instaurent du fait des inégalités quantitatives de taille des villes. « Plus est différent ». Il nous faut désormais mieux prendre en compte la complexité qui résulte de l'accumulation historique dans les villes, liée aux asymétries d'information dans les réseaux qui relient leurs différents acteurs. La mesure des inégalités, dans ces systèmes à très forte différenciation hiérarchique, ne se réduit pas à des mesures quantitatives, si sophistiquées soient-elles, mais à des évaluations qualitatives de ce que représente pour nos sociétés le développement urbain.

Dans le domaine de l'action, de l'aménagement du territoire par exemple, on pourrait être tenté de reproduire des formes de régulation qui ont un temps fait leurs preuves, par exemple à propos des inégalités de revenu. M. Barbut (2004) a démontré que les mesures prises dans certains pays scandinaves ou d'Europe occidentale au tournant du XXe siècle avaient contribué à éloigner la forme statistique de la distribution des revenus de son attracteur antérieur, c'est-à-dire le fameux modèle construit par Pareto ou encore la loi lognormale, vers un attracteur admettant des inégalités bien moins fortes, celui de la loi normale. Ce qui a été possible pour les revenus l'est-il dans le cas des villes ? La tendance historique « lourde » est en effet au renforcement presque continu des inégalités de taille des villes en Europe sur le long terme (Bretagnolle et al., 2000). Quelles régulations seraient applicables pour une mise en réseau des villes qui soit moins compétitive et plus solidaire, pour un « développement polycentrique » tel celui préconisé par la Commission européenne ? De telles régulations sont-elles applicables dans un univers en proie aux concurrences avivées de la mondialisation ? Si les villes acquièrent les propriétés qui les font croître et s'enrichir, dans un processus compétitif de mise en réseau toujours plus vaste pour la captation des innovations, la question d'une taille optimale des villes garde-t-elle un sens pour l'aménagement du territoire ?

Références

Bairoch P. 1988, *Taille des villes, conditions de vie et développement économique*. Paris, EHESS.

Barbut M. 2004, Une famille de distributions : des parétiennes aux "contra-parétiennes" Applications à l'étude de la concentration urbaine et de son évolution. *Cybergeo*, 266.

- Bettencourt L., Lobo J., and Strumsky D., 2004, *Innovation in the City: Increasing returns to scale in Metropolitan patenting*, Los Alamos National Laboratory Technical Report LAUR-04-8798.
- Bretagnolle A. 2003, Vitesse des transports et sélection hiérarchique entre les villes françaises, in: Pumain D., Mattéi M-F (coord), *Données Urbaines*, 4, Anthropos, 309-323.
- Bretagnolle A., Mathian H., Pumain D., Rozenblat C., 2000 : Long-term dynamics of European towns and cities: towards a spatial model of urban growth. *Cybergeo*, 131, 17 p.
- Desrosières A., 1993, *La politique des grands nombres. Histoire de la statistique*, Paris, la Découverte.
- Feldman M.P. Florida R., 1994, The Geographic Sources of Innovation: Technological Infrastructures and Product Innovation in the United States. *Annals of the Association of American Geographers*, 84, 2, 210-229.
- ISCOM: <http://www.iscom.unimo.it>
- Kuhnert C.D. Helbing D. West G.B. 2006, Scaling laws in Urban Supply Networks. *Physics A, Statistical Mechanics and its applications*, 263 (1), 96-103.
- Passeron J.C. 1991, *Le raisonnement sociologique. L'espace non-poppérien du raisonnement naturel*. Paris, Nathan.
- Pumain D. Saint-Julien T. 1978, *Les dimensions du changement urbain*. Paris, Mémoires et Documents du CNRS.
- Pumain D. 1997, Vers une théorie évolutive des villes. *L'Espace Géographique*, 2, 119-134.
- Pumain D. 1998, La géographie saurait-elle inventer le futur ? *Revue européenne des sciences sociales*, 110, 53-69.
- Pumain D., 2004, "Scaling laws and urban systems", *Santa Fe Institute, Working Paper n°04-02-002*, 26 p.
- Pumain D. Paulus F. Vacchiani-Marcuzzo C., Lobo J., 2006. An evolutionary theory for interpreting urban scaling laws, *Cybergeo*, 343, 20 p.
- West G.B. 1988, Scale and Dimension from Animals to Quarks, in *Particle Physics*, Cooper N.G. and West G.B. (eds), Cambridge University Press.
- West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. 1997, A General Model for the Origin of Allometric Scaling Laws in Biology. *Science*, 276, 122.
- West G.B. 2006, Size, scale and the Boat Race: conceptions, connections and misconceptions, in Pumain D. (ed.) *Hierarchy in Natural and Social Sciences*. Springer, 71-80.

